Initiation à l'analyse statistique des données expérimentales

(Comparaisons de moyennes)

Christophe Pallier et Christophe Lalanne

christophe.pallier@m4x.org / christophe.lalanne@gmx.net

Mastère de Sciences Cognitives, EHESS – Paris 5 – ENS

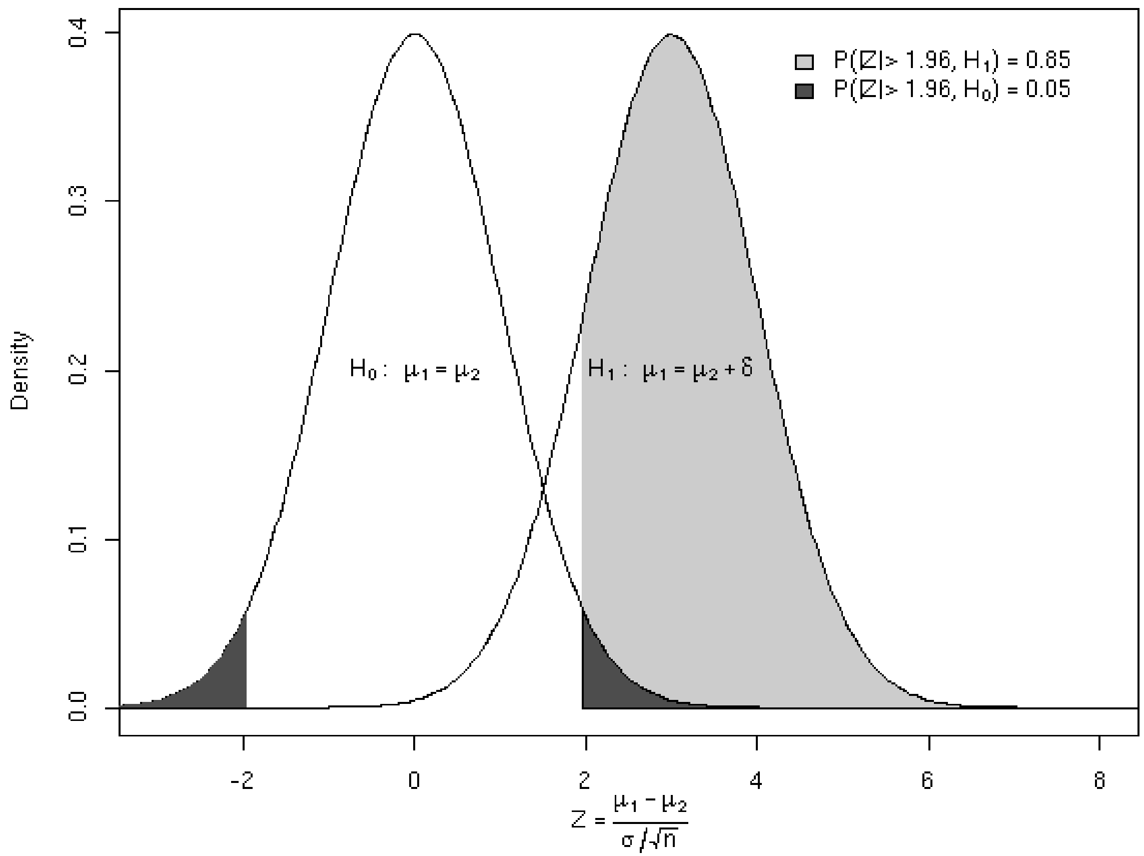
Rappels

- base de l'inférence
  - population, échantillon aléatoire, distribution d'échantillonnage
  - tests d'hypothèse sur une statistique, statistique de test
  - formulation de H_0
  - risques d'erreur
  - intervalles de confiance

	H_0 vraie	H_0 fausse
Rejet de H_0	α	$1-\alpha$
Acceptation de H_0	$1-\beta$	β

- comparaisons de moyennes :
  - test t et ANOVA à un facteur
  - échantillons indépendants ou appariés
  - observation unique ou répliques

Puissance d'un test



Comparaison à une moyenne de référence

- 1 échantillon aléatoire de taille n
- $H_0 : \mu = \mu_0$
- **exemple :**

```
x <- rnorm(20,mean=0.75)
par(mfcol=c(1,2))
stripchart(x,method="jitter",vert=T,pch=19)
abline(h=0,lty=3)
abline(h=mean(x),col="red")
boxplot(x)
abline(h=0,lty=3)
t.test(x,mu=0,alt="two.sided")
```

- comparable au test de typicalité : notion d'*extrêmalité* d'une statistique par rapport à une distribution de référence (ici, $\mathcal{N}(0;1)$)

Comparaison de deux moyennes (ind.) 1/2

- 2 échantillons aléatoires i.i.d. de taille n
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2$ $(\equiv \mu_1 - \mu_2 = 0)$
- **exemple :**

```
nsuj <- 60
effectsize <- 0.5
subject <- gl(nsuj,1)
group <- gl(2,nsuj/2)
scores <- 1+rnorm(nsuj)+((0:(nsuj-1))%/%(nsuj/2))*effectsize
par(mfcol=c(1,3))
stripchart(scores~group,vert=T,method='jitter')
plot.design(scores~subject+group)
boxplot(scores~group)
by(scores,group,mean)
by(scores,group,summary)
t.test(scores~group)
```

Comparaison de deux moyennes (ind.) 2/2

- alternative non-paramétrique : test de Wilcoxon (rangs)

```
wilcox.test(scores~group)
```

- N.B.
  vérification des hypothèses : (i) normalité des résidus (e.g. **`qqnorm()`**, **`ks.test()`**) et (ii) homoscédasticité (**`bartlett.test()`**)
- par défaut, R effectue le test modifié de Welch (aussi puissant que le test classique de Student), si on ne spécifie pas l'option **`var.equal=T`**

Comparaison de deux moyennes (app.) 1/2

- 2 échantillons aléatoires appariés de taille n
- même hypothèse nulle
- **exemple :**

```
nsuj <- 20
subject <- gl(nsuj,2)
cond <- gl(2,1,2*nsuj)
effectsize <- 2
scores <- (as.numeric(cond)-1)*effectsize+rnorm(2*nsuj)
data <- data.frame(subject,cond,scores)
par(mfcol=c(1,2))
plot.design(data)
interaction.plot(cond,subject,scores)
t.test(scores~cond,paired=T)
```

Comparaison de deux moyennes (app.) 2/2

- on tient compte de la structure d'appariement dans l'estimation de la variance
- alternative non-paramétrique : test de Mann-Whitney-Wilcoxon (rangs) `wilcox.test()` avec l'option `paired=T`

Comparaison de k moyennes 1/3

- k échantillons aléatoires i.i.d. de taille n_k
- $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \ldots = \mu_k$
  vs. H_1 : *au moins une paire* de moyennes diffère
- **exemple :**

```
ns <- c(15,28,10,20,35)
n <- length(ns)
group <- factor(rep(1:n,ns),labels=paste("g",1:n,sep=""))
data <- rnorm(length(group),mean = 100 + (as.numeric(group)-2)^2)
par(mfrow=c(2,2))
plot(data~group)
stripchart(data~group,method="jitter",vertical=T)
plot.design(data~group)
l <- aov(data~group)
summary(l)
```

Comparaison de k moyennes 2/3

- poursuite de l'analyse : quelles sont les paires de moyennes significativement différentes (comparaisons multiples, post-hoc)

```
(hsd <- TukeyHSD(l, "group", ordered = FALSE))
plot(hsd)
```

- taille des effets :

```
model.tables(l,se=T)
summary.lm(l)
```

Comparaison de k moyennes 3/3

- alternative non-paramétrique : ANOVA de Kruskal-Wallis (rangs), avec la fonction **`kruskal.test()`**
- N.B.
  vérification des hypothèses : (i) normalité des résidus (e.g. **`qqnorm()`**, **`ks.test()`**) et (ii) homoscédasticité (**`bartlett.test()`**)

Exercices

- générer 2 échantillons aléatoires indépendants en variant leurs caractéristiques de taille, de différence de moyennes et de variances. Procéder au test t. Coamparer les résultats en fonction des paramètres manipulés.
- générer 2 échantillons aléatoires appariés et procéder au test t. Faire le même test en traitant les groupes comme des échantillons indépendants.
- générer 2 échantillons aléatoires appariés. Construire un nouvel échantillon basé sur les différences des mesures entre ces deux échantillons. Tester la moyenne de ce nouvel échantillon contre $\mu_0 = 0$. Comparer au test t classique pour échantillons appariés.
- générer 2 échantillons aléatoires indépendants et faire un test t. Comparer la valeur de t_{obs} et la p-valeur obtenues à celle que fournit une ANOVA sur les mêmes échantillons.
- générer un ensemble d'échantillons ventilés sur k modalités d'un facteur de groupe ($k = 3 \ldots 6$). Faire un résumé numérique des données, un graphique illustratif et une ANOVA.